IJTIMOIY-GUMANITAR SOHADA ILMIY-INNOVATSION TADQIQOTLAR

ILMIY METODIK JURNALI

2025-yil 1(2)-son

“IJTIMOIY-GUMANITAR SOHADA ILMIY-INNOVATSION TADQIQOTLAR”

ilmiy-metodik jurnali

"Ijtimoiy-gumanitar sohada ilmiy-innovatsion tadqiqotlar" - bu ilmiy-metodik jurnal bo'lib, O'zbekistonda 2024-yildan beri nashr etilmoqda. Jurnal har chorakda bir marta, yiliga 4 marta chop etiladi. Ushbu jarayonga talabga ko‘ra muassislar va tahrir hayati bilan birgalikda kelishgan xolda o‘zgartirish kiritish mumkin.

MUNDARIJA

13.00.00 – Pedagogika

SHTURM- LIUVILL OPERATORI PARAMETLARINI TIKLASHDA SPEKTRAL BERILGANLARNI ALMASHTIRISH MASALASI

Rabimkul Abdunazarov
O'bekiston milliy universitetining Jizzax filiali katta o'qituvchisi
Email: rabimkulabdunazaro@gmail.com
Tel: +998 94 649 54 64

Annotatsiya. Ushbu maqolada Shturm- Liuvill operatori parametrlarini tiklash bilan bog'liq ikkita masala: (λ_n, α_n) **spectral berilganlari** asosida Shturm- Liuvill operatori parametrlarini berilgan aniqlikda analitiktik tiklash masalasi va shu **spectral berilganlar** asosida natural spektrli yangi $(n^2, \tilde{\alpha}_n)$ **spectral berilganlarni** hosil qilish masalasi muhokama qilinadi. Ishning ahamiyatli jihati shundaki, klassik masalani izospektral masalga o'tkazib o'rganishda bir qancha qo'shimcha imkoniyatlar kelib chiqadi.

Kalit so'zlar. Shturm-Liuvill operatori, xos qiymat, xos funksiya, Gelfand-Levitan integral tenglamasi. teskari masala, spectral berilganlar.

ВОПРОСЫ ЗАМЕНЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ОПЕРАТОРА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ

Аннотация. В данной статье рассматриваются две задачи, связанные с восстановлением параметров оператора Штурма–Лиувилля: задача аналитического восстановления параметров оператора Штурма–Лиувилля по (λ_n, α_n) спектральным данным и задача построения новых $(n^2, \tilde{\alpha}_n)$ спектральных данных с натуральным спектром на основе тех же спектральных данных. Актуальность данной работы заключается в том, что перевод классической задачи в изоспектральную предоставляет ряд дополнительных возможностей.

Ключевые слова: Оператор Штурма-Лиувилля, собственное значение, собственная функция, интегральное уравнение Гельфанда-Левитана, обратная задача. спектральные данные

PROBLEMS OF SUBSTITUTING SPECTRAL DATA IN THE INVERSE RECOVERY OF STURM–LIOUVILLE OPERATOR PARAMETERS

Annotation. This article discusses two problems related to the reconstruction of the parameters of the Sturm–Liouville operator: the problem of analytically reconstructing the parameters of the Sturm–Liouville operator from the spectral data (λ_n, α_n) and the problem of constructing new spectral data $(n^2, \tilde{\alpha}_n)$ with a natural spectrum based on the same spectral data. The relevance of this work lies in the fact that transforming a classical problem into an isospectral one offers a number of additional opportunities.

Keywords: *Sturm–Liouville operator, eigenvalue, eigenfunction, Gelfand–Levitan integral equation, inverse problem, spectral data*

1.Kirish. Berilgan $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \cdots \lambda_n < \cdots$ sonlar ketma ketligi quyidagi

$$L(q(x),h,H)y \equiv -y'' + q(x)y = \lambda y, \quad (0 < x < \pi) \qquad (1.1)$$
$$y'(0) - hy(0) = 0 \qquad (1.2)$$
$$y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \qquad (1.3)$$

chegaraviy masalaning xos qiymatlari, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ ketma ketliklar esa ushbu masalaning normallovchi sonlari bo‘lsin. Ular uchun quyidagi asimtotika o‘rinli bo‘lsin:

$$s_n = \sqrt{\lambda_n} = n + \frac{c_0}{\pi} + \frac{c_1}{n^3} + \cdots \quad \alpha_n = \frac{\pi}{2} + \frac{b_0}{n^2} + \frac{b_1}{n^4} + \cdots \qquad (1.4)$$

$$c_0 = \frac{1}{\pi}\left(h + H + \frac{1}{2}\int_0^\pi q(s)ds\right) \qquad (1.5)$$

Bu yerda c_1, b_0, b_1 lar berilgan haqiqiy sonlar.

Ushbu shartlarni qanoatlantiruvchi $\{\lambda_i, \alpha_i\}_{i=0}^{\infty}$ spectral berilganlarga ko’ra Shturm-Liuvill operatori parametrlarini tiklash masalasini Gelfand-Levitan sxemasi bo’yicha amalga oshiriladi[1], [2]. Bunda quyidagi munosabatlardan foydalaniladi

$$K(x,y) + F(x,y) + \int_0^x K(x,s)F(s,y)ds = 0 \qquad (1.6)$$

$$q(x) = 2\frac{d}{dx}K(x,x), \qquad h = K(0,0) = -F(0,0)$$

$$F(x,y) = \frac{\cos s_0 x \cos s_0 y}{\alpha_0} - \frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{\cos s_k x \cos s_k y}{\alpha_k} - \frac{2\cos kx \cos ky)}{\pi}\right] \qquad (1.7)$$

Bu sxemadagi hisoblashlarni amalga oshirishda asosan sonli usullardan foydalaniladi. Jumlada, A.I.Aptekarev tomonidan yechimni sonli usulda $O(\frac{1}{N^6})$ aniqlikda olish algoritmi mukammal ishlab chiqilgan[3].

Izospektral chegaraviy masalarni o’rganish mavzusi ham (1.1)-(1.3) chegaraviy masalalar orasida muhim yo’nalishlardan biri hisoblanadi. Ma’lum shartlarga berilgan $(n^2, \tilde{\alpha}_n)$ spectral juftlik asosida (1.1)-(1.3) uchun teskari masalani analitik usulda yechish, bu yechum asosida esa ko’pgina matematik fizika masalalarini tahlil qilish imkonini beradi.

2. Masalaning qo’yilishi. Ushbu maqolada ba’zi shartlarga bo’ysinuvchi (λ_n, α_n) spectral berilganlarga ko’ra (1.1)-(1.3) teskari masalani analitik usulda yechish muammolari qaraladi. Shuningdek, maqolada ushbu (λ_n, α_n) spektral berilganlar asosida operator parametrlarini bir xilda tiklaydigan yangi narural spektrli $(n^2, \tilde{\alpha}_n)$ spectral berilganlarni qurish masalasi o’rganiladi

Bu mavzuning dolzarbligi va ushbu yo’nalishda olib borilgan ishlar tahlilili bilan A.Xasanov ishlarida tanishish mumkin [4], [5].

3. Shturm - Liuvill operator paramitrlarin tiklash masalasi

1) Izospektral chegaraviy masalani tiklash algoritmi .

Teorema A [4]. Aytaylik $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ haqiqiy sonlar ketma-ketilklari (1.1)-(1.3) chegaraviy masalaning spectral berilganlari bo’lsin. U holda quyidagicha

$$\lambda_n = n^2, n \geq 0; \quad \tilde{\alpha}_n = a_n, \qquad n = 0,1,\cdots,N; \quad \tilde{\alpha}_n = \frac{\pi}{2}, \qquad n > N$$

aniqlangan ketma - ketliklar ham $L\left(q(x,a_0,\cdots,a_N),h(a_0,\cdots,a_N),H(a_0,\cdots,a_N)\right)$ ko'rinishidagi biror Shturm- Liuvill operatorining spectral berilganlari bo'ladi. Bu yerda $\{a_n\}_{n=0}^N$ berligan musbat sonlar. Agar bu masala uchun qurilgan Gelfand-Levitan integral tenglamasi yechimini shartli ravishda $K_a(x,t)$ deb olsak, u holda $K_a(\pi,t)$ uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi[4]

$$K_a(\pi,y) = -\frac{1}{\pi}\left(1-\frac{a_0}{\pi}\right) - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{N}\left(1-\frac{2}{\pi}a_n\right)\cos(ny) \quad (3.1)$$

2) Berilgan aniqlikda Shturm - Liuvill operator paramitrlarin tiklash masalasi

Teorema B. Aytaylik $\{\lambda_n,\alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ haqiqiy sonlar ketma-ketilklari (1.1)-(1.3) chegaraviy masalaning spectral berilganlari bo'lsin. Bu ketma-ketlik elementlaridan dastlabki N tasining qiymatlari ma'lum, qolgan elementlar uchun quyidaqi

$$\lambda_n = n^2,\ \ \alpha_n = \frac{\pi}{2}, \qquad n > N.$$

munosabat o'rinli bo'lsa u holda ushbu shartlar bilan aniqlangan ketma-ketliklar yordamida (1.1)-(1.3) operator parametrlarini analitik aniqlash mumkin.

Isbot.. Teorema shartiga e'tibor qilinsa (1.4) asimptotikada qatnashayotgan $c_0,\ c_1,\dots$ koeffisientlarning nolga tengligi kelib chiqadi. Bundan $n > N$ dan boshlab

$$\cos(s_n x)\cos(s_n y) = \cos nx \cos ny$$

tenglik o'rinli ekanligigi hisobga olinsa (1.7) yadrosi quyidagi chekli yig'indi ko'rinishiga keladi

$$F(x,y) = \frac{\cos s_0x\cos s_0y}{\alpha_0} - \frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{N}\left[\frac{\cos s_kx\cos s_ky}{\alpha_k} - \frac{2\cos kx\cos ky)}{\pi}\right] \quad (3.2)$$

Bu esa (1.6) integral tenglamani o'zgaruvchilari ajralgan yadroli integral tenglama sifatida yechish imkonini beradi. Integral tenglamaga (3.2) yadroni qo'yib, ba'zi shakl almashtirishlardan so'ng $K(x,y)$ uchun quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$K(x,y) = -F(x,y) - \int_0^x K(x,t)F(t,y)dt,$$

$$K(x,y) = \frac{1}{\pi} - \frac{\cos s_0x\cos s_0y}{\alpha_0} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\cos kx\cos ky - \sum_{k=1}^{N}\frac{\cos s_kx\cos s_ky}{\alpha_k} +$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_0^x K(x,t)dt - \frac{\cos s_0y}{\alpha_0}\int_0^x K(x,t)\cos s_0t\,dt + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\cos ky\int_0^x K(x,t)\cos kt\,dt -$$

$$-\sum_{k=1}^{N}\frac{\cos(s_ky)}{\alpha_k}\int_0^x K(x,t)\cos(s_kt)dt =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[1+\int_0^x K(x,t)dt\right] - \frac{\cos(s_0y)}{\alpha_0}\left[\cos(s_0x) + \int_0^x K(x,t)\cos(s_0t)\,dt\right] +$$

$$+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\cos ky\left[\cos(kx) + \int_0^x K(x,t)\cos(kt)\,dt\right] -$$

$$-\sum_{k=1}^{N}\frac{\cos(s_k y)}{\alpha_k}\left[\cos(s_k x)+\int_0^x K(x,t)\cos(s_k t)\,dt\right]=$$

$$=\frac{1}{\pi}\psi(x,0)+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\cos ky\,\psi(x,k)-\sum_{k=0}^{N}\frac{\cos(s_k y)}{\alpha_k}\varphi(x,s_k)$$

Shunday qilib $K(x,y)$ uchun quyidagi tenglikga ega bo'ldik

$$K(x,y)=\frac{\psi(x,0)}{\pi}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\cos\,ky-\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\cos s_k y \qquad (3.3)$$

Bu yerda

$$\psi(x,n)=\cos(nx)+\int_0^x K(x,t)\cos(nt)\,dt \qquad (3.4)$$

$$\varphi(x,s_n)=\cos(s_n x)+\int_0^x K(x,t)\cos(s_n t)\,dt, \qquad n=0,1,\dots,N \qquad (3.5)$$

Topilgan $K(x,y)$ ni (3.4), (3.5) tengliklarga qoyib $\psi(x,n),\ \ \varphi(x,s_n)$ larga nisbatan quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz

$$\psi(x,0)=1+\frac{\psi(x,0)}{\pi}x+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\int_0^x\cos kt\,dt-\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^x\cos s_k t\,dt \quad (3.6)$$

$$\psi(x,n)=\cos(nx)+\frac{\psi(x,0)}{\pi}\int_0^x\cos nt\,dt+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1,\ k\neq n}^{N}\psi(x,k)\int_0^x\cos kt\cos nt\,dt+$$

$$+\frac{2}{\pi}\psi(x,n)\int_0^x\cos^2 nt dt-\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^x\cos s_k t\,dt\cos nt \qquad (3.7)$$

$$\varphi(x,s_n)=\cos(s_n x)+\frac{\psi(x,0)}{\pi}\int_0^x\cos s_n t\,dt+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\int_0^x\cos kt\cos s_n t\,dt-$$

$$-\frac{\varphi(x,s_n)}{\alpha_n}\int_0^x\cos^2 s_n t dt-\sum_{k=0,\ k\neq n}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^x\cos(s_k t)\cos(s_n t)\,dt \qquad (3.8)$$

Bu tengliklarni $x=\pi$ nuqtada qarab, kelgusida foydalaniladigan ba'zi muhim tengliklarni keltirib chiqaramiz.

a) Agar (3.6)-(3.7) tengliklardagi x o'zgaruvchi o'rniga π qiymatni qo'ysak quyidagi tengliklarga ega bo'lamiz.

$$\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(\pi,s_k)}{\alpha_k}\int_0^\pi\cos(s_k t)\,dt=1 \qquad (3.9)$$

$$\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(\pi,s_k)}{\alpha_k}\int_0^\pi\cos(s_k t)\cos(nt)\,dt=(-1)^n \qquad (3.10)$$

Qulaylik uchun $f_k = \varphi(\pi, s_k)/\alpha_k$ belgilash kiritib (3.9), (3.10) tengliklarni umumiy holda

$$\sum_{k=0}^{N} f_k \int_0^{\pi} cos(s_k t)\, cos(nt)\, dt = (-1)^n, \qquad n = 1, 2, 3, \dots, N \qquad (3.11)$$

ko'rinishda yozsak, noma'lum f_n ga nisbatan *N+1* noma'lumli *N+1* ta tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bundan topilgan f_n va α_n ning aniq qiymatlariga ko'ra $\varphi(\pi, s_n)$ ni hamisha aniqlash mumkin bo'ladi.

b) Xuddi shunday $\psi(\pi, n)$ ifodaning qiymatlarini ham hisoblab topish mumkin. Yuqoridagi (3.8) tenglikda tegishli shakl almashtirishdan so'ng, $x = \pi$ deb olib, tenglikdagi $\varphi(\pi, s_n)/\alpha_n$ ifoda o'rniga uning (3.11) sistemadan aniqlangan f_n qiymatlarini qo'ysak quyidagi tenglikni olamiz.

$$\frac{\psi(\pi,0)}{\pi}\int_0^{\pi} cos\, s_n t\, dt + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(\pi,k)\psi_k \int_0^{\pi} cos\, kt\, cos\, s_n t\, dt = f_n\left(\alpha_n + \int_0^{\pi} cos^2 s_n t dt\right) +$$
$$+ \sum_{\substack{k=0,\\ k\neq n}}^{N} f_k \int_0^{\pi} cos(s_k t)\, cos(s_n t)\, dt - cos(s_n \pi), n = 0, 1, \dots, N \qquad (3.12)$$

Bu tenglik izlanayotgan $\psi(\pi, n)$ ga nisbatan N+1 noma'lumli N+1 ta tenglamalar sistemasini hosil qiladi.

c) Yuqorida olingan (3.6) tenglikni $\psi(x, 0)$ ga nisbatan yechamiz.

$$\psi(x,0) = \left(1 + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\int_0^{x} cos\, kt\, dt - \sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^{x} cos(s_k t)\, dt\right)\left(\frac{\pi}{\pi - x}\right) \qquad (3.13)$$

Xuddi shunday (3.7), (3.8) tengliklarni $\psi(x, n), \varphi(x, s_k)$ larga nisbatan yechamiz.

$$\psi(x,n) = \left[cos(nx) + \frac{\psi(x,0)}{\pi}\int_0^{x} cos\, nt\, dt + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1,\ k\neq n}^{N}\psi(x,k)\int_0^{x} cos\, kt\, cos\, nt\, dt -\right.$$
$$\left. - \sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^{x} cos(s_k t)\, cos(nt)\, dt\right] \Big/ \left(1 - \frac{2}{\pi}\int_0^{x} cos^2 nt dt\right) \qquad (3.14)$$

$$\varphi(x,s_n) = \left[cos(s_n x) + \frac{\psi(x,0)}{\pi}\int_0^{x} cos\, s_n t\, dt + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\int_0^{x} cos\, kt\, cos\, s_n t\, dt -\right.$$
$$\left. - \sum_{k=0,\ k\neq n}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^{x} cos(s_k t)\, cos(s_n t)\, dt\right] \Big/ \left(1 + \frac{1}{\alpha_n}\int_0^{x} cos^2 s_n t dt\right) \qquad (3.15)$$

Topilgan (3.13), (3.14) tengliklarning $x = \pi$ nuqtadagi qiyma'larini o'rganamiz. Buning uchun quyidagi limitlarni hisoblaymiz

$$\psi(\pi,0) = \lim_{x\to\pi}\left(1 + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(x,k)\int_0^{x} cos\, kt\, dt - \sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^{x} cos(s_k t)\, dt\right)\left(\frac{\pi}{\pi - x}\right)$$

$$\psi(\pi,n)=\lim_{x\to\pi}\left[\cos(nx)+\frac{\psi(x,0)}{\pi}\int_0^x \cos nt\,dt+\frac{2}{\pi}\sum_{\substack{k=1,\\k\neq n}}^{N}\psi(x,k)\int_0^x \cos kt\cos nt\,dt-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(x,s_k)}{\alpha_k}\int_0^x \cos(s_k t)\cos(nt)\,dt\right]\Big/\left(1-\frac{2}{\pi}\int_0^x \cos^2 nt dt\right)$$

Bu limitlarni (3.9), (3.10) tenglikdan foydalanib hisoblasak har ikkalasi uchun bir hil natija, quyidagi tenglik kelib chiqadi.

$$\frac{\psi(\pi,0)}{\pi}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(\pi,k)(-1)^k=\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(\pi,s_k)}{\alpha_k}\cos\pi s_k+\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi'(\pi,s_k)}{\alpha_k}\int_0^{\pi}\cos s_k t dt \qquad (3.16)$$

Agar (1.3), (3.9) tengliklarni hisobga olib (3.16) da elementar shak almashtirishlardan so'ng quydagi tenglikka ega bo'lamiz.

$$\frac{\psi(\pi,0)}{\pi}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(\pi,k)(-1)^k=\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(\pi,s_k)}{\alpha_k}\cos(\pi s_k)-H \qquad (3.17)$$

Yuqoridagi (3.3) tenglik bilan aniqlangan $K(x,y)$ ni $x=y=\pi$ nuqtadagi qiymatlari va (3.15) tengliklarni solishtirsak ulardan quyidagi

$$K(\pi,\pi)=-H,\qquad H=\sum_{k=0}^{N}\frac{\varphi(\pi,s_k)}{\alpha_k}\cos(\pi s_k)-\frac{\psi(\pi,0)}{\pi}-\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi(\pi,k)(-1)^k$$

muhim tengliklarni olamiz. **Teorema b isbotlandi.**

3) Berilgan $\{\lambda_i,\alpha_i\}_{i=0}^N$ spectral juftlik orqali yangi $(n^2,\tilde{\alpha}_n)$ spectral berilganlarni qurish masalasi

Gelfand -Levitan integral tenglamasinining (3.3) formula bilan aniqlangan $K(x,y)$ yechimini $x=\pi$ nuqtada qaraymiz va uni shartli ravis quyidagicha belgilaymiz

$$K_r(\pi,y)=\frac{\psi_0}{\pi}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N}\psi_k\cos\,ky-\sum_{k=0}^{N}f_k\cos s_k y \qquad (3.18)$$

Ushbu tasdiq o'rinli: Yuqorida (1.8) va (3.18) formulalar bilan aniqlangan $K_a(x,t)$ va $K_r(x,t)$ funksiyalar (1.1)-(1.3) chegaraviy masalaning parametrlarini bir xilda aniqlashi uchun (1.8) tenglikda qatnashayotgan $\{a_n\}_{n=0}^N$ sonlarni $\{\lambda_i,\alpha_i\}_{i=0}^N$ sonlar o'rqali quyidagicha tanlash zarur

$$a_0=\pi^2\psi_0-\pi^2+\pi,\qquad a_n=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\psi_n-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2+\frac{\pi}{2},\quad n=1,2,\dots,N \qquad (3.19)$$

Bu yerda $\psi_n=\psi_n(\pi,n)$ yuqoridagi (3.12) sistemadan aniqlanadi.

Yuqorida $K_a(\pi,t),K_b(\pi,t)$ funksiyalar uchun berilgan (1.4), (1.5) tengliklar o'rinli deb faraz qilaylik. U holda $K_a(\pi,t)$ va $K_p(\pi,t)$ funksiyalar h,H va $q(x)$ parametrlarni bir xil berishi uchun $\{a_n\}_{n=0}^N$ sonlarini shunday tanlaylikki, [0, π] oraliqda bu ikki funksiyalar uchun o'rtacha kvadratik farq minimumga erishsin. Quidagi belgilashni kiritamiz

$$I=\int_0^{\pi}\left(K_a(\pi,t)-K_r(\pi,t)\right)^2dt$$

yoki

$$I(a_0, a_1, \dots, a_N) = \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{\pi}\left(1 - \frac{a_0}{\pi}\right) + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{N}\left(1 - \frac{2}{\pi}a_n\right) cos(nt) - K_r(\pi, t) \right)^2 dt$$

Bu tenglikka minimum beradigan a_n sonlarni topish uchun $a_0, a_1, \dots, a_N$ larga nisbatan quyidagi

$$\frac{\partial I}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial a_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial I}{\partial a_n} = 0$$

tegnlamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu sistemani yechib $\{a_n\}_{n=0}^{N}$ va $\{\lambda_i, \alpha_i\}_{i=0}^{N}$ spectral berilganlar o'tasidagi (3.19) munosabatlar hosil bo'ladi. E'tiborli jihati shundaki, (3.19) tenglik bilan aniqlangan a_n sonlarni aniqlashda barcha $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n, \dots$ va $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ berilgan sonlar qatnashgan,ya'ni topilgan har bir a_n barcha spectral berilganlsarni o'ziga singdirgan. **Teorema C isbotlandi**

Shunday qilib teoremaning shartiga ko'ra topilgan (1.6'), (1.7), (3.13), (3.14), (3.15) tengliklar yordamida (1.1)-(1.3) teskari masalaning qolgan parametrlarini ham aniqlanadi.

$$h = K(0,0) = -F(0,0) = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\alpha_0} + \sum_{k=1}^{N}\left(\frac{1}{\alpha_k} - \frac{2}{\pi}\right), \qquad \int_0^x q(t)dt = 2K(x,x) =$$

$$= \frac{\psi(x,0)}{\pi} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{N} \psi(x,k)\, cos\, ky - \sum_{k=0}^{N} \frac{\varphi(x, s_k)}{\alpha_k} cos\, s_k y \qquad 0 < x < \pi,$$

$$\int_0^{\pi} q(t)dt = -2(h + H), \quad q(0) + q(\pi) = 4\sum_{k=1}^{N}(\lambda_n - n^2) + 2(H^2 + h^2)$$

Adabiyotlar:

1. Левитан Б.М., Обратные задачи Штурма-Лиувилля. - М.: Наука, 1984. 240 с.

2. Гельфанд И.М., Левитан Б.М «Об определении дифференциального уравнения по его спектральной функции ». – Изв. АН СССР, сер.мат. -1951, т.15. -с.309-360.

3. Аптекарев А.И., О численной реализации решения обратной задачи Штурма – Лиувилля. Перепринт Ин. прикл. матем. им. М.В. Кельдиша АН СССР, 1982 г. №32.

4. О. Э. Мирзаев, А. Б. Хасанов, О семействах изоспектральных краевых задач Штурма–Лиувилля, Уфимск. матем. журн., 2020, том 12, выпуск 2, 28–34

5. A. Xasanov. Shturm-Liuvill chegaraviy masalalari nazariyasiga kirish. **II-qism**: 2016-yilda "Turon-Iqbol" nashriyotida chop etilgan bo'lib, ISBN raqami **978-9943-14-445-3**.

13.00.00 – Pedagogika

OLIY TALIM MUASSASALARIDAGI TA'LIM SIFATINI OSHIRISH XALQARO STANDARTLARNI QO'LLASH

Hamdamov Yusufjon Mahammadjon o'g'li,
Farg'ona politexnika instituti, Metrologiya, standartlashtirish va sifatni boshqarish (tarmoqlar bo'yicha) mutaxassisligi magistranti.
Farg'ona politexnika instituti
yusufjon.khamdamov@gmail.com

Annotatsiya: Ma'lumki, ta'lim jamiyat rivojlanishida muhim rol o'ynaydi. Qanday sohada bo'lmasin, yuqori bilimga ega mutaxassislar, ilmiy-tadqiqot ishlanmalari bilan shug'ullanish, yangi mahsulot turlarini yaratish va texnologiyalarni rivojlantirish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Jahondagi globallashuv jarayonlari va kompaniyalar o'rtasidagi mavjud chuqur raqobat muhiti mutaxassislarni ham favqulodda shunga tayyor bo'lishlarini talab etadi. Ular nafaqat o'z g'oyalarini rivojlantirish va yaratilgan nazariy modellarini amalda joriy etish uchun qulay sharoitlarni ta'minlaydilar, shu bilan birga, iqtisodiyotning innovatsion rivojlanishi uchun ham muhim intellektual omil hisoblanadilar.

Bugungi kunda jahonda texnologiyalar va axborotlashtirish jarayonlarining rivojlanishi davrida yuqori malakali kadrlarni egallash va yollash uchun kompaniyalar o'rtasida raqobat kurashi birmuncha oshdi. Bu nafaqat tijorat tashkilotlariga, balki ilmiy-tadqiqot markazlari, o'quv yurtlariga ham tegishlidir. Shunday ekan, zamonaviy ta'lim sifati to'g'risidagi masala birinchi navbatda hal qilinishi kerak bo'lgan muammo hisoblanadi. Aynan, OTM (oliy ta'lim muassasa)lar kelgusi mutaxassislarning aniq kasbiy sohasida bilimlarini shakllantiradi.

Kalit so'zlar: Ta'lim, sifat, menejment, ta'lim tizimi, standartlar, menejment tizimi sertifikatlari, identifikatsiya.

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ ПУТЁМ ПРИМЕНЕНИЯ МЕЖДУНАРОДНЫХ СТАНДАРТОВ

Аннотация: Известно, что образование играет важную роль в развитии общества. В любой области специалисты, обладающие высокими знаниями, получат возможность заниматься исследованиями и разработками, создавать новые виды продукции и разрабатывать технологии. Глобализационные процессы в мире и нынешняя обстановка глубокой конкуренции между компаниями требуют подготовки к ней специалистов. Они не только обеспечивают благоприятные условия для развития своих идей и практической реализации созданных теоретических моделей, но в то же время считаются важным интеллектуальным фактором инновационного развития экономики.

Сегодня, в период развития технологий и информационных процессов в мире, несколько усилилась конкуренция между компаниями за приобретение и найм высококвалифицированного персонала. Это касается не только коммерческих организаций, но и исследовательских центров и образовательных учреждений. Поэтому вопрос качества современного образования – это проблема, которую необходимо решить в первую очередь. Именно вузы (высшие учебные заведения) формируют знания будущих специалистов в конкретной профессиональной области.

Ключевые слова: Образование, качество, менеджмент, система образования, стандарты, сертификаты системы управления, идентификация.